Université Paul Sabatier de Toulouse, année universitaire 2003-2004

**CIMP, PHYSIQUE**

**Épreuve 2 de CONTRÔLE CONTINU, en SECTION B**

8 Décembre 2003

Durée : 1 h

**A. Questions de cours** (5 points)

Théorème de l'énergie mécanique : définir l'énergie l'énergie potentielle et l'énergie mécanique ; énoncer, sans l'établir, le théorème correspondant. Dans quel cas particulier l'énergie mécanique se conserve-t-elle ? Exemple simple de problème physique où l'énergie mécanique se conserve.

**B. Problème** (15 points)

*Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras*

**Diffusion de Rayleigh résonnante**

Dans le modèle classique de l'atome d'hydrogène, on admet que l'électron a un mouvement circulaire uniforme, de rayon $r_0 = 52,9$ pm, dont le centre $O$ est occupé par le proton. Sa vitesse est telle que $v/c = \alpha$, $c$ étant la constante d'Einstein, ou vitesse de la lumière dans le vide, et $\alpha$ la constante de structure fine (cf. tableau de constantes fondamentales).

**1.** a) Calculer la durée $T$ que met l'électron pour effectuer une révolution complète autour du proton.

b) Déterminer son accélération tangentielle et son accélération normale. Comparer la valeur de son accélération à l'intensité du champ de pesanteur.

**2.** On admet que le rayon $OA$ de la trajectoire peut osciller autour de la valeur précédente $r_0$ et que cette oscillation peut être décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\dot{X}}{\tau_e} + \omega_0^2 X = 0$$

$X$ étant l'écart entre la distance $OA$ et $r_0$.

a) Donner la signification physique des trois termes, ainsi que celle des constantes $\tau_e$ et $\omega_0$.

b) Montrer que, lorsque s'exerce sur l'électron atomique une force supplémentaire due à l'action d'un champ électrique sinusoïdal $\mathbf{E_{em}}$, de pulsation $\omega$, orienté selon le déplacement $X$, l'équation précédente devient :

$$\ddot{X} + \frac{\dot{X}}{\tau_e} + \omega_0^2 X = E_m \cos(\omega t + \phi_e)$$

$E_m$ étant un coefficient que l'on exprimera en fonction de la charge élémentaire $e$, de la masse $m_e$ de l'électron et de l'amplitude $A_m$ du champ $\mathbf{E_{em}}$.

**T.S.V.P.**

**3.** a) Établir l'expression suivante de l'amplitude réelle $X_m$ du mouvement d'oscillation forcée :

$$X_m = \frac{C}{[(u^2-1)^2 + u^2/Q^2]^{1/2}}$$

dans laquelle $u$ est le rapport $\omega/\omega_0$, $Q$ un facteur que l'on précisera et $C$ un coefficient que l'on déterminera en fonction de $e$, $m_e$, $\omega_0^2$ et $A_m$.
b) Montrer que le carré de l'amplitude de l'accélération $\ddot{X}$ de l'électron fait intervenir la fonction suivante $\mathcal{D}(u)$ :

$$\mathcal{D}(u) = \frac{u^4}{(u^2-1)^2 + u^2/Q^2}$$

c) On éclaire l'atome d'hydrogène, pour lequel $\omega_0 = 2,9 \times 10^{15}$ rad.s$^{-1}$, avec une onde de pulsation $\omega \approx \omega_0$.
Trouver, à l'aide de l'approximation suivante $u^2 - 1 \approx 2(u-1)$ que l'on justifiera, une expression approchées de $\mathcal{D}(u)$.
Quelle est, en fonction de $Q$, la largeur à mi-hauteur $\Delta u_{1/2}$ du pic de résonance ?
La mesure de cette largeur donne $\Delta u_{1/2} = 4,1 \times 10^{-9}$. En déduire le facteur $Q$ correspondant, ainsi que $\tau_e$.

**Constantes fondamentales de la physique**

$G = 6,672\,59 \times 10^{-11}$ N.m$^2$.kg$^{-2}$, constante de gravitation,

$c = 2,997\,924\,58 \times 10^8$ m.s$^{-1}$, vitesse de la lumière dans le vide (valeur exacte),

$h = 6,626\,068\,76(52) \times 10^{-34}$ J.s, constante de Planck,
$\hbar = 1,054\,571\,596(82) \times 10^{-34}$ J.s constante de Planck divisée par $2\pi$

$e = 1,602\,176\,462\,(63) \times 10^{-19}$ C, charge élémentaire (charge de l'électron : $-e$),

$m_e = 0,910\,938\,188(72) \times 10^{-30}$ kg, masse de l'électron,
$m_e c^2 = 0,510\,998$ MeV $\approx 0,511$ MeV

$m_p = 1,672\,621\,58(13) \times 10^{-27}$ kg, masse du proton,
$m_p c^2 = 938,272$ MeV

$k_B = 1,380\,650\,3(24) \times 10^{-23}$ J.K$^{-1}$, constante de Boltzmann,

$N_A = 6,022\,141\,99(47) \times 10^{23}$ mol$^{-1}$, nombre d'Avogadro,

$R = N_A k_B = 8,314\,472(15)$ J.mol$^{-1}$. K$^{-1}$, constante des gaz parfaits,

$F = N_A e = 96\,485,341\,5(39)$ C.mol$^{-1}$, le faraday,

$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,817 \times 10^{-12}$ F.m$^{-1}$ constante de la loi de Coulomb (valeur exacte)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H.m$^{-1}$ perméabilité du vide (valeur exacte)

$q_e^2 \equiv e^2/(4\pi\varepsilon_0) = 230,707\,705\,6 \times 10^{-30}$ SI

$r_e = q_e^2/(m_e c^2) = 2,817\,934\,23 \times 10^{-15}$ m, rayon classique de l'électron ($r_e \approx 2,8$ fm)

$\alpha = q_e^2/(\hbar c) = 7,297\,352\,533(27) \approx 1/137,036$, constante de structure fine.

$\Phi_0 = h/(2e) = 2,067\,833\,636(81) \times 10^{-15}$ Wb quantum de flux magnétique

$R_K = h/e^2 = 25\,812,807\,572(95)$ $\Omega$, constante de von Klitzing.

$\mu_B = e\hbar/(2m_e) = 927,400\,899(37) \times 10^{-26}$ J.T$^{-1}$, magnéton de Bohr

$\mu_N = e\hbar/(2m_p) = 5,050\,783\,17(20) \times 10^{-27}$ J.T$^{-1}$ magnéton nucléaire.